

06FIN123 – Correction de l'exercice 40

EXERCICE 40

Une entreprise emprunte un capital remboursable par 15 annuités constantes de 4000 €.

Taux annuel progressif :

- 5 % pendant les cinq premières années
- 10 % pendant les cinq années suivantes
- 15 % pendant les cinq dernières années.

Travail à faire :

1. Calculer, au jour de la remise des fonds (la première annuité échéant dans un an) la valeur actuelle des cinq premières annuités puis la valeur actuelle des cinq annuités suivantes et la valeur actuelle des cinq dernières annuités.
2. En déduire le montant du capital
3. Calculez la valeur actuelle de la 26^{ème} à la 30^{ème} annuité si l'entreprise décide d'emprunter sur 30 ans en remboursant 4000 € par an. On gardera un taux de 15 % pour les annuités de la 16^{ème} à la 30^{ème} année.
4. Quelle sera la valeur actuelle de ce nouvel emprunt.

CORRECTION

1. Calculer, au jour de la remise des fonds (la première annuité échéant dans un an) la valeur actuelle des cinq premières annuités puis la valeur actuelle des cinq annuités suivantes et la valeur actuelle des cinq dernières annuités.

VALEUR ACTUELLE D'UNE SUITE D'ANNUITES CONSTANTES

1 période avant la première annuité

$$V_0 = \text{annuités} * (1 - (1+i)^{-n}) / i$$

Valeur des 5 premières annuités = $4000 * (1 - 1.05^{-5}) / 0.05 = 17\,318 \text{ €}$ (valeur à la période 0)

Valeur des 5 annuités suivantes = $4\,000 * (1 - 1.1^{-5}) / 0.1 = 15\,163 \text{ €}$ (valeur à la période 5)

Calcul de l'actualisation des 15 163 € (je cherche la valeur à 0)

$$15\,163 / 1.05^5 = 11\,881 \text{ €}$$

Valeur des 5 dernières annuités = $4\,000 * (1 - 1.15^{-5}) / 0.15 = 13\,409 \text{ €}$ (valeur à la période 10)

Calcul de l'actualisation des 13 409 € (je cherche la valeur à 0)

$$13\,409 / 1.1^5 = 8\,326 \text{ € (valeur à la période 5)}$$

$$8\,326 / 1.05^5 = 6\,523 \text{ €}$$

Valeur des 5 suivantes = $15\,163 * 1.05^{-5} = 11\,881 \text{ €}$

Valeur des 5 dernières annuités = $13\,409 * 1.05^{-5} * 1.1^{-10} = 6\,523 \text{ €}$



06FIN123 – Correction de l'exercice 40

En déduire le montant du capital

Montant du capital emprunté = 17 318 + 11 881 + 6 523 = 35 722 €

Calculez la valeur actuelle de la 26^{ème} à la 30^{ème} annuité si l'entreprise décide d'emprunter sur 30 ans en remboursant 4000 € par an. On gardera un taux de 15 % pour les annuités de la 16^{ème} à la 30^{ème} année.

Valeur des 5 dernières annuités = $4\,000 * (1 - 1.15^{-5}) / 0.15 = 13\,409$ € (valeur à la période 25)

Je me place à la période 20

$$13\,409 / 1.15^5 = 6\,667 \text{ €}$$

Je me place à la période 15

$$6\,667 / 1.15^5 = 3\,315 \text{ €}$$

Je me place à la période 10

$$3\,315 / 1.15^5 = 1\,648 \text{ €}$$

Je me place à la période 5

$$1\,648 / 1.10^5 = 1\,023 \text{ €}$$

Je me place à la période 0

$$1\,023 / 1.05^5 = 802 \text{ €}$$

Quelle sera la valeur actuelle de ce nouvel emprunt.

Valeur actuelle de ce nouvelle emprunt = 35 722 + 802 + 4 856* = 41 380 €

* Valeur des annuités 16 à 25 = $4\,000 * (1 - 1.15^{-10}) / 0.15 = 20\,075$ € (valeur à la période 15)

Je me place à la période 10

$$20\,075 / 1.15^5 = 9\,981 \text{ €}$$

Je me place à la période 5

$$9\,981 / 1.10^5 = 6\,197 \text{ €}$$

Je me place à la période 0

$$6\,197 / 1.05^5 = 4\,856 \text{ €}$$

Si je rembourse 4000 € pendant 30 ans, je paie en tout $4000 * 30 = 120\,000$ €

Mais dans un contexte où les taux sont relativement élevés (comme dans l'exercice). La somme reçue ne sera que de 41 380 € ; On paiera 78 620 € d'intérêts

