

06FIN123 – Correction de l'exercice 20

EXERCICE 20

En vue de régler une acquisition, un individu doit effectuer neuf versements mensuels à la fin de chaque mois. Ces neuf mensualités ont les caractéristiques suivantes :

- Trois mensualités de chacune 460 € ;
- Puis trois mensualités de chacune 305 € ;
- Puis trois mensualités de chacune 152 €.

a) au taux de 10 %, quelle est la valeur actuelle de cette suite de mensualités ?

Détermination du taux mensuel équivalent à un taux annuel de 10%

Taux mensuel équivalent = $(1,1)^{1/12} - 1 = 0,797\%$

Nous sommes en présence de trois suites de mensualités constantes dont la valeur actuelle est donnée par la relation suivante :

$$V_0 = m * \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

Avec (m) = montant de la mensualité

Avec (i) = taux mensuel équivalent

Avec (n) = nombre de mois

L'application de cette formule à chaque suite permet de déterminer :

- La valeur en t=0 (début du 1^{er} mois) des 3 premières mensualités de 460 €
- La valeur en t=3 (début du 4^{ème} mois) des 3 mensualités suivantes de 305 €
- Et la valeur en t=6 (début du 7^{ème} mois) des 3 dernières mensualités de 152 €

Les deux dernières valeurs obtenues doivent être elles-mêmes actualisées afin d'obtenir la valeur en t=0 des neuf mensualités. Cette valeur, notée V_0 , s'écrit :

$$V_0 = 460 * \frac{1 - (1 + 0,00797)^{-3}}{0,00797} + 305 * \frac{1 - (1 + 0,00797)^{-3}}{0,00797} * 1,00797^{-3} + 152 * \frac{1 - (1 + 0,00797)^{-3}}{0,00797} * 1,00797^{-6}$$

On constate que le second membre de l'équation est actualisé sur trois mois. En effet, le montant donne la valeur en t3 des mensualités 4, 5 et 6. Pour obtenir la valeur en t0 de ce montant, il faut l'actualiser sur trois mois. De la même façon, le troisième membre de l'équation est actualisé sur six mois pour obtenir sa valeur en t0. L'équation peut s'écrire plus simplement :

$$V_0 = \frac{1 - (1 + 0,00797)^{-3}}{0,00797} (460 + (305 * 1,00797^{-3}) + (152 * 1,00797^{-6})) = 2,9528 (460 + 297,82 + 144,93)$$

$V_0 = 2\,665,64\ €$

06FIN123 – Correction de l'exercice 20

b) Sachant que la valeur acquise des règlements est de 3050 € et que les neuf mensualités ont les caractéristiques suivantes :

- Trois mensualités de chacune y ;
- Puis trois mensualités de chacune $y/2$;
- Puis trois mensualités de chacune $y/3$;

Déterminer, au taux de 10 %, le montant y .

Il s'agit d'appliquer les mêmes raisonnements que précédemment mais à partir de la valeur acquise. Soit V_n la valeur acquise des neuf mensualités.

$$V_n = y * \frac{(1+i)^3 - 1}{i} * (1+i)^6 + \left(\frac{y}{2} * \frac{(1+i)^3 - 1}{i} \right) * (1+i)^3 + \left(\frac{y}{3} * \frac{(1+i)^3 - 1}{i} \right)$$

On constate que le dernier membre entre crochets de l'équation donne la valeur à la fin du neuvième mois, soit, en t_9 , des 3 dernières mensualités.

Le second terme entre crochets donne la valeur acquise, en t_6 , des mensualités 4, 5 et 6. Pour obtenir la valeur acquise de ce montant en t_9 , il faut capitaliser sur 3 mois.....

L'équation peut s'écrire plus simplement

$$V_n = \left(y * \frac{(1+i)^3 - 1}{i} \right) * ((1+i)^6 + 1/2(1+i)^3 + 1/3)$$

$$V_n * i = y * ((1+i)^3 - 1) * ((1+i)^6 + 1/2(1+i)^3 + 1/3)$$

$$Y = (V_n * i) / ((1+i)^3 - 1) * ((1+i)^6 + 1/2(1+i)^3 + 1/3)$$

$$Y = 3\,050 * 0,0797 / ((1,00797)^3 - 1) * ((1,00797)^6 + 1/2(1,00797)^3 + 1/3)$$

$$Y = 532,48 \text{ €}$$